

SINCE 1984
CNT
Educational Center
專業辦學 · 績效卓越

技職創造藍天
專業 優質 權威

立志成功

專辦高職 · 綜高升科大/四技/大學

數學

高一班 工科 (下)

唐葳 老師編授



LEARNING
There is no end to learning 學無止境

Change 改變

美國總統歐巴馬：
期待他人或等待未來，改變將永難實現。
你自己，就是你等待的人。
同學們...有些事現在不做，一輩子都不會做了
是時候改變你(妳)的人生！





主題一 式的運算

重點 1 多項式的四則運算

一、定義：

形如 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 稱 x 的多項式，其中若 $a_n \neq 0$ ，則稱 $f(x)$ 為 x 的 n 次多項式，並以_____表示 $f(x)$ 的次數。

例： $f(x) = 4x^3 - x^2 + 5x - 2$

次數($\deg f(x)$) = _____

領導係數(最高次項係數) = _____

常數項 = _____

二、常數多項式：

1. 零次多項式： $f(x) = 3$ ， $g(x) = \frac{-1}{2}$ ，次數為_____。

2. “零”多項式： $h(x) = 0$ ，次數為_____。

三、多項式的限制：

1. 必須為有限項。
2. 不得有“=”號。

例： $4x^3 - x^2 + 5x - 2 = 0$ (方程式)

3. x 不得在分母。

例： $\frac{1}{5x+2}$ (分式)

4. x 不得在根號內。

例： $\sqrt{x+1}$ (根式)

5. x 不得在絕對值內。

6. x 不得在指數。

例： 2^x

四、多項式的相等：

若 $f(x) = g(x)$ ，則(1)_____相等，(2)_____相等。

五、多項式的係數問題：

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ (x 的升次排列)

1. 常數項： $a_0 =$
2. 各項係數和： $a_0 + a_1 + \cdots + a_n =$
3. 偶次項係數和： $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots =$
4. 奇次項係數和： $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots =$

說明： $f(1) =$

$f(-1) =$

六、多項式的加法與減法：

兩個多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 相加時，只要將同次項的係數相加即可，記為 $f(x) + g(x)$ 。

兩個多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 相減時，同次項的係數須相減，記為 $f(x) - g(x)$ 。

七、多項式的乘法：

兩個多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 相乘時，利用分配律 $(a+b) \cdot c = ac + bc$ 展開後，再將同次項相加即可，記為 $f(x) \cdot g(x)$ 。

八、多項式的除法：

兩個多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ ，且 $g(x) \neq 0$ ，則 $f(x)$ 除以 $g(x)$ ，可寫成除法關係式

$f(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ ，其中 $\deg r(x) < \deg g(x)$ 或_____。

範例 1

多項式的定義

下列哪些為 x 的多項式

(A) $x^{-1} + x^2$ (B) x^0 (C) 5 (D) 3^x (E) $\cos x$ (F) $\log 2x$ (G) $\sqrt{2x-1}$ (H) $\frac{3x-1}{x^2+x+2}$

(I) $x^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}x + 3$ (J) $|x^2 - 3x + 5|$

答：(B)(C)(I)

解：

範例 2

多項式的次數

若 $\deg f(x) = 2$ ， $a, b \in R$ ，且 $f(x) = (a^2 - 1)x^3 + (a+1)x^2 + 3ax - 1$ ，求 a 之值。

答： $a = 1$

解：

範例 3

多項式的代值

設 $f(x)$ 為二次多項式，且 $f(x+1) - f(x-1) = 8x - 6$ ， $f(0) = 2$ ，試求 $f(x)$ 。

答： $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$

解：

範例 4

多項式的相等

已知 $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$ ， $g(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ ，若 $f(x) = g(x)$ ，求 a ， b ， c ， d ， e ， f

答： $a = 0$ ， $b = 3$ ， $c = -2$ ， $d = 0$ ， $e = 5$ ， $f = -7$

解：

範例 5

多項式的相等

已知 $f(x) = ax^2 + 3x + c$ ， $g(x) = 5x^2 + bx - 2$ ，且 a, b, c 為實數，若 $f(1) = g(1)$ ， $f(3) = g(3)$ ， $f(5) = g(5)$ ，則 a, b, c 各是多少？

答： $a = 5$ ， $b = 3$ ， $c = -2$

解：

範例 6

多項式的係數

設 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ 且 $f(0) = 2$ ， $f(1) = 18$ ， $f(-1) = 12$ ，試求

(1) $f(x)$ 之常數項 (2) $f(x)$ 各項係數和 (3) $f(x)$ 各偶次項係數和 (4) $f(x)$ 各奇次項係數和

答：(1) $f(0) = 2$ ；(2) 18；(3) 15；(4) 3

解：

範例 7

多項式的加減法

求兩多項式 $2x^4 - 3x^2 + 3x - 1$ ， $3x^3 - 2x + 1$ 之和與差。

答：和： $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + x$ ；差： $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

解：

範例 8

多項式的乘法

求下列二多項式 $f(x) = 4x^2 - x + 1$ ， $g(x) = x^2 + 3x + 2$ 的乘積。

答： $4x^4 + 11x^3 + 6x^2 + x + 2$

解：

範例 9

多項式的乘法

求 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 4$ 和 $g(x) = 7x^2 - x + 3$ 的乘積中 x^4 的係數。

答：-22

解：