

SINCE 1984
CNT
Educational Center

專業辦學 · 績效卓越

技職創造藍天

專業 優質 權威

立志成功

專辦高職 · 綜高升科大/四技/大學

數學

高二班 工科(下)(1)

皓勛老師編授



LEARNING
There is no end to learning
學無止境

Change 改變

美國總統歐巴馬：
期待他人或等待未來，改變將永難實現。
你自己，就是你等待的人。
同學們...有些事現在不做，一輩子都不會做了
是時候改變你(妳)的人生！





主題一

圓

重點 1 圓的方程式

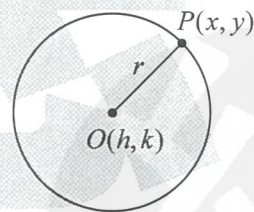
一、圓的定義：

平面上與某定點，則到該定點距離相等的所有點所成的圖形稱為_____，此定點稱為圓的_____，此固定距離稱為圓的_____。

結論：構成圓的兩要素為_____與_____。

二、圓的標準式：

已知圓心 $O(h, k)$ ，半徑為 $r > 0$ ， $P(x, y)$ 為圓上動點，則圓方程式為_____，稱為圓的標準式。



三、圓的一般式：

1. 將圓的標準式 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ 展開後化簡可得

$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + (h^2 + k^2 - r^2) = 0$ 若將各項係數以文字代替後，可得如之形式，稱為圓的一般式。

2. 將圓的一般式 $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$ ，經配方可得 $(x + \frac{d}{2})^2 + (y + \frac{e}{2})^2 = \frac{d^2 + e^2 - 4f}{4}$ ，

令 $\Delta = d^2 + e^2 - 4f$ 為圓的判別式。

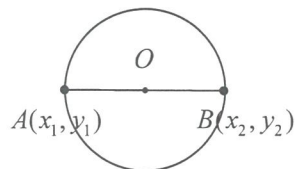
(1) $\Delta > 0$ ：圖形為_____，圓心為_____，半徑為_____。

(2) $\Delta = 0$ ：圖形為_____，點為_____。

(3) $\Delta < 0$ ：圖形為_____。

四、圓的直徑式：

已知直徑兩端點 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，則以 \overline{AB} 為直徑的圓方程式可表為_____。

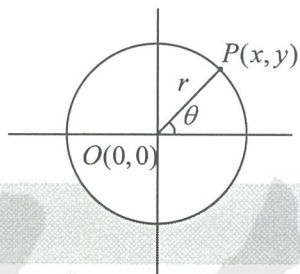


五、圓的參數式：

1. 圓 $C: x^2 + y^2 = r^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

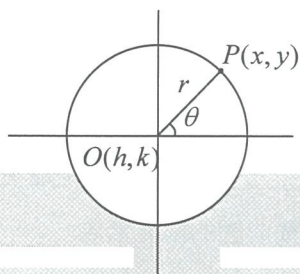
其中參數為_____。



2. 圓 $C: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

其中參數為_____。



範例 1

求圓的方程式

由下列已知條件，求圓的方程式：

(1) 圓心為 $(-1,2)$ ，且半徑為 $\sqrt{5}$ 。

(2) 圓心為 $(0,0)$ ，且過點 $(-3,4)$ 。

答：(1) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$ ；(2) $x^2 + y^2 = 25$

解：

範例 2

求圓的方程式

設以 $(1, -1)$ 為圓心且與直線 $3x + 4y - 9 = 0$ 相切之圓方程式為何？

答： $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$

解：

範例 3

求圓的方程式

設一圓通過 $(0, 0)$ 及 $(8, 4)$ 兩點，且圓心在 x 軸上，試求此圓之方程式。

答： $(x-5)^2 + y^2 = 25$

解：

範例 4

圓的一般式

圓 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ 之半徑長為 3，且圓心在 $y = bx + 3$ 上，求 a, b 之值。

答： $a = -4, b = -5$

解：

範例 5

圓的一般式

已知方程式 $ax^2 + 2y^2 - 4x + 3ay - 7 = 0$ 之圖形為一圓，求此圓半徑。

答： $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

解：

範例 6

圓的一般式

試求 $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 11 = 0$ 之圓心為_____，半徑為_____。

答：(-4,3)，6

解：

範例 7

圓的一般式

設圓過 (0,-2)，(1,-1)，(2,-2) 三點，試求此圓方程式。

答： $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

解：