

## 第一單元 統計與機率

### 重點一 平均數、中位數與眾數

#### 【重要觀念整理】

《甲》平均數的主要用途：代表母群體

《乙》在統計學上，常用一個平均數來表示母群體的集中趨勢，做為統計分析的衡量標準。

※下列為常見的平均數：

#### (一) 算術平均數( $\mu$ )

$$n \text{ 個數值 } x_1, x_2, \dots, x_n \text{ 時 } \mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

使用時機：(1) 數據須集中

(2) 各筆統計資料有相同重要性

#### (二) 中位數：( $Me$ )

在未分組情況下

設  $n$  個變量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  且  $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$

(1) 當  $n = 2k + 1$  ( 奇數 ) 時， $Me = x_{\frac{n+1}{2}}$

(2) 當  $n = 2k$  ( 偶數 ) 時， $Me = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$

使用時機：若資料中有極端值出現時，我們常以中位數代替算術平均數

#### (三) 眾數( $Mo$ )

一群統計資料中，出現次數最多的數值稱為眾數

使用時機：眾數為隨機現象中最普遍發生的數值，當資料本身不具可比較大小的關係，眾數常被考慮使用 ( 例如：成衣的製造等 )，眾數不受極端值影響。

《甲》 精選範例

1. 某班共有 40 人，某次月考全班數學的平均成績是 68 分。但成績結算之後才發現有二位學生成績登錄有誤，有一位是 75 分，卻登錄 95 分；而有一位是 84 分，卻登錄 48 分。試問這二位學生經過更正之後，全班平均成績為 \_ \_ \_ \_ 分。

解：設未更正前，全班 40 位同學的成績分別為  $x_1, x_2, \dots, x_{39}, x_{40}$

其中  $x_{39} = 95$ ， $x_{40} = 48$

$$\text{由已知 } \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} x_i = 68 \quad \therefore \sum_{i=1}^{38} x_i + 95 + 48 = 40 \times 68 \quad \therefore \sum_{i=1}^{38} x_i = 2577$$

$$\therefore \text{全班平均為 } \frac{1}{40} \left[ \sum_{i=1}^{38} x_i + 75 + 84 \right] = \frac{1}{40} (2577 + 75 + 84) = \frac{2736}{40} = 68.4$$

2. 有 5 個正整數，其平均值為 5，中位數為 5，且只有 8 為眾數，請問在此五數中，最大和最小整數之差為\_\_\_\_\_。(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7

解： $\because 5$  為中位數  $\therefore 5$  個數中有 2 個數大於 5，即為 8,8

又 5 個數之和為  $5 \times 5 = 25$

$\therefore$  剩下未知數 2 個元素之和為： $25 - (5 + 8 + 8) = 4$ ,

$4 = 1 + 3 = 2 + 2$ ，但只有 8 為眾數

$\therefore (2 + 2)$  不合，故知 5 數為： $1, 3, 5, 8, 8 \Rightarrow$  所求  $= 8 - 1 = 7$ ，故選(D)

## 《乙》 精選練習題

1. 某次數學競試，滿分是100分， $A, B, C, D, E, F, G, H$ 八人的分數如下表，其中 $C, E$ 兩人分數不慎被油墨抹黑而看不清楚，但已知此八人的平均分數是65分， $E$ 的分數是八人當中最高，並且等於其他七人當中某人得分的2倍，試求 $C, E$ 兩人可能的得分情形。

$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$	$G$	$H$
63	46		91		35	83	61

答：當 $C = 49$ 分時， $E$ 為92分；當 $C = 47$ 分時， $E$ 為94分

2. 某地區的人口中，女性與男性的人數比為11:10，如果女性的平均年齡為44歲，男性的平均年齡為42歲，則該地區全部人口的平均年齡為\_\_\_\_\_歲。 答： $43\frac{1}{21}$

3. 如表為某班成績的次數分配表。已知全班共有38人，且眾數為50分，中位數為60分，求 $x^2 - 2y$ 之值為\_\_\_\_\_。

成績(分)	20	30	40	50	60	70	90	100
次數(人)	2	3	5	$x$	6	$y$	3	4

(A) 33 (B) 50 (C) 69 (D) 90

答：(B)

4. 已知1~99中有49個偶數，從這49個偶數中取出48個數，其平均數為 $49\frac{5}{12}$ ，則未取的數字為何？(A) 20 (B) 28 (C) 72 (D) 78 答：(D)

5. 符合下列各條件的整數中，何者的算術平均數最大\_\_\_\_\_。

(A) 介於1~101，且為2的倍數 (B) 介於1~101，且為3的倍數

(C) 介於1~101，且為4的倍數 (D) 介於1~101，且為5的倍數

答：(D)

6. 某籃球隊隊員共16人，每人投籃6次，且如表為其投進球數的次數分配表。

若此隊投進球數的中位數是2.5，則眾數為何？

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6。

投進球數	0	1	2	3	4	5	6
次數(人)	2	2	$a$	$b$	3	2	1

答：(A)

## 重點二 四分位數與百分位數

### 【重要觀念整理】

(一)全距 = 最大值 - 最小值。全距愈大通常表示資料愈疏散；全距愈小則資料愈集中。

(二)四分位數：將資料由小而大排列，並將它分成四個部分，每一個部分約有 25% 的資料，其分割點稱為四分位數。第一個四分位數記為  $Q_1$ ，第二個四分位數  $Q_2$  = 中位數，第三個四分位數記為  $Q_3$ 。

(三)四分位距 =  $Q_3 - Q_1$ 。四分位距表示中間 50% 的資料散佈範圍。

(四)集中趨勢與分散程度：

(1) 平均數、中位數、眾數是三種集中趨勢量度的方法。

(2) 全距與四分位距是兩種分散程度量度的方法。

(五)百分位數：將資料由小而大排列，並將資料分成相等的一百個部份，中間的 99 個切割點可以稱之為第 1、第 2，... 及第 99 個百分位數。

(1) 第  $k$  個百分位數：某個別資料的第  $k$  個百分位數( *percentile* )，就是累積相對次數  $k\%$  所對應的數。

(2) 百分位數是一位置量數，旨在將有序資料量的相對位置標示出來，由此看出資料的集中或分散的情形，整體資料是偏高還是偏低。

(六) 相對地位量數 ( *measures of relative position* ) 可用來描述一個人在其所處團

體中與別人比較起來，或與某一參照點比較起來，佔有什麼地位。

- 名次：如果在一個班級35人裡排名第20名，則可以稱此人輸給班上19個人，而贏了班上15個人。
- 百分等級類似於名次，關心的是假設將班上分成100個等級，那自己位在哪個等級上。

(七) 百分等級 ( *percentile rank* ，簡記為 *PR* ) 係指原始分數低於某個分數的人數百分比且只取整數值，用以表示它在全體資料中的相對排序位置。

例：假設某班級共100人，某生的成績為90分，其  $PR=97$ ，意指此分數 ( 90分 ) 在班級裡可勝過97個人。

(八) 百分等級的特性：

- (1)而百分等級即為排名序列之間的一範圍，旨在比較該範圍相對於全體資料的大小。
- (2)百分等級能明確地表明各分數在團體中的相對位置。
- (3)較大規模的競試或品質鑑定常採用百分等級來顯示個別資料在整筆資中的相對排序位置。
- (4)名稱冠有百分兩字，易被視為一般考試測驗用之百分制而誤會。