學測易經

立航數學

- 針對大學學測
  → 簡易的複習方法
- 針對大考中心
  → 變易的命題趨勢
- 針對高三生涯
  → 不易的學習規劃

LI HUNG MATH LI HUNG MATH LI HUNG MATH LI HUNG MATH LI HUNG MATH LI HUNG MATH LI HUNG MATH

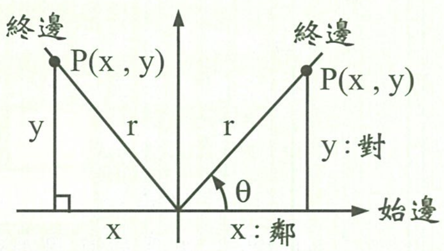
(2) 廣義角函數值

① 廣義角求值 8 大法則

(i) 標準位置角 ⇨ 繪圖

一律繪在直角坐標上 ⇨ 對 x 軸作垂線

$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$　　$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$　　$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$



(ii) 負的角度 ⇨ 負角公式

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$

$\cos(-\theta)=\cos\theta$

$\tan(-\theta)=-\tan\theta$

【註】cos 會把負號吃掉

(iii) $45^\circ\sim90^\circ$ ⇨ 餘角公式

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$

$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$

$\tan(90^\circ-\theta)=\cot\theta$

【註】化為餘角，得到餘函數。

(iv) $90^\circ\sim180^\circ$ ⇨ 補角公式

$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$

$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

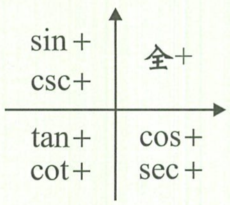
$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$

(v) $180^\circ\sim360^\circ$ ⇨ 參考角

由象限判斷正負，由參考角求值。

參考角 ⇨ 值：即終邊與當地 x 軸的銳角夾角。

象限 ⇨ 正負



【例】$\sin150^\circ=\boxed{+}\boxed{\dfrac{1}{2}}$

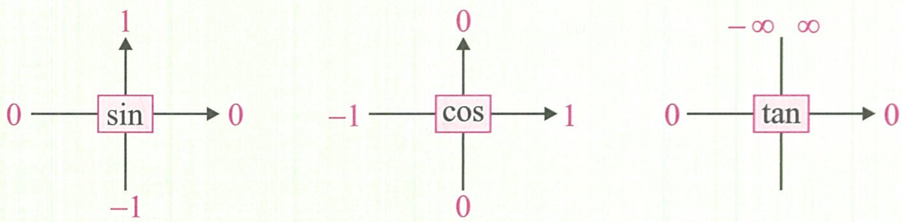
$\cos240^\circ=\boxed{-}\boxed{\dfrac{1}{2}}$

$\tan300^\circ=\boxed{-}\boxed{\sqrt{3}}$

(vi) 很大或很負 ⇨ 同界角　　$f(\theta\pm n\cdot360^\circ)=f(\theta)$

(vii) 象限角

⇨ 背吧！



(viii) $\theta\pm n\cdot90^\circ$ ⇨ 消象限角公式

$$f(\theta\pm n\cdot90^\circ)=\begin{cases}\pm\ f(\theta):n\text{為偶數}\\ \pm\text{co}f(\theta):n\text{為奇數}\end{cases}$$

(3) 函數值應用題

① 函數值比大小問題

(i) 相同角度且同組函數之比大小 ⇨ $\boxed{\quad}$

(ii) 相同角度且不同組函數之比大小 ⇨ $\boxed{\quad}$

(iii)混亂角度及函數之比大小

⇨1° 先判斷 $\boxed{\text{正負}}$ 及 $\boxed{\text{與 1 的比較}}$

2° 再化為 $\boxed{\text{相同函數}}$ 比大小

(iv)單一角度的 6 個函數之比大小 ⇨ 分成 $\boxed{\text{正值}}$ 及 $\boxed{\text{負值}}$ 二部分比大小

② 函數值總和問題

(i) 特殊角之求總和 ⇨ 求出真正函數值再找規律性相加

(ii) 非特殊角之求總和 ⇨ $\boxed{\quad}$

③ 極坐標

(i) 直角坐標 P(x , y)化為極坐標 P[r , θ]

⇨ r = $\boxed{\quad}$，θ 滿足 $\boxed{\sin\theta=\frac{y}{r}}$ 且 $\boxed{\cos\theta=\frac{x}{r}}$

(ii) 極坐標 P[r , θ] 化為直角坐標 P(x , y)

⇨ x = $\boxed{\quad}$，y = $\boxed{\quad}$

④ 三角函數值表

角度	sin	cos	tan	cot	sec	csc	
36°00′	.5878	.8090	.7265	1.376	1.236	1.701	54°00′
10′	.5901	.8073	.7310	1.368	1.239	1.695	50′
20′	.5925	.8056	.7355	1.360	1.241	1.688	40′
30′	.5948	.8039	.7400	1.351	1.244	1.681	30′
40′	.5972	.8021	.7445	1.343	1.247	1.675	20′
50′	.5995	.8004	.7490	1.335	1.249	1.668	10′
37°00′	.6018	.7986	.7536	1.327	1.252	1.662	53°00′
10′	.6041	.7969	.7581	1.319	1.255	1.655	50′
20′	.6065	.7951	.7627	1.311	1.258	1.649	40′
30′	.6088	.7934	.7673	1.303	1.260	1.643	30′
40′	.6111	.7916	.7720	1.295	1.263	1.636	20′
50′	.6134	.7898	.7766	1.288	1.266	1.630	10′
38°00′	.6157	.7880	.7813	1.280	1.269	1.624	52°00′
10′	.6180	.7862	.7860	1.272	1.272	1.618	50′
20′	.6202	.7844	.7907	1.265	1.275	1.612	40′
30′	.6225	.7826	.7954	1.257	1.278	1.606	30′
40′	.6248	.7808	.8002	1.250	1.281	1.601	20′
50′	.6271	.7790	.8050	1.242	1.284	1.595	10′
	cos	sin	cot	tan	csc	sec	

三角公式

(1) 基本恆等式

① 恆等式

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$

$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$

② 以 $\sin\theta\cos\theta$ 為轉換關係

$(\sin\theta\pm\cos\theta)^2=\boxed{\qquad\qquad}$

$\tan\theta+\cot\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\boxed{\dfrac{\qquad}{\qquad}}$

$\sin^4\theta+\cos^4\theta=1-2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$\sin^6\theta+\cos^6\theta=1-3\sin^2\theta\cos^2\theta$

(2) 和差公式

① 和差公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$

② 和差之乘積

$\sin(x+y)\sin(x-y)=\sin^2x-\sin^2y$

$\cos(x+y)\cos(x-y)=\cos^2x-\sin^2y=\cos^2y-\sin^2x$

③ $A+B+C=180^\circ$(補充)

$\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$

$\cot A\cot B+\cot B\cot C+\cot C\cot A=1$

$\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}+\tan\dfrac{C}{2}\tan\dfrac{A}{2}=1$

$\cot\dfrac{A}{2}+\cot\dfrac{B}{2}+\cot\dfrac{C}{2}=\cot\dfrac{A}{2}\cot\dfrac{B}{2}\cot\dfrac{C}{2}$

(3) 倍角公式

① 二倍角公式

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\quad\quad = 2\cos^2\theta - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2\theta$

推廣 ⇨ $(\sin\theta \pm \cos\theta)^2 = 1 \pm 2\sin\theta\cos\theta = \boxed{}$

$\tan\theta + \cot\theta = \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \boxed{\dfrac{}{}}$

② 半角公式

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

時機 ⇨ (1)求半隻角
(2)平方角化為二倍角

③ 三倍角公式

$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

④ $\tan\dfrac{\theta}{2}$ 型(補充)

令 $\tan\dfrac{\theta}{2} = t$

則 $\sin\theta = \dfrac{2t}{1+t^2}$

$\cos\theta = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

$\tan\theta = \dfrac{2t}{1-t^2}$

計算應用篇

(1) 通用觀念

① 消去某角度α

⇨找到二個α的函數，代入恆等式即可。

例 已知 $\sin\alpha+\sin\beta=1$ 且 $\cos\alpha+\cos\beta=1$，求 $\sin\beta+\cos\beta=?$

② △ABC的條件

⇨ $A+(B+C)=180°$

$\sin A=\boxed{\quad}$，$\cos A=\boxed{\quad}$

⇨ $\frac{A}{2}+\frac{B+C}{2}=90°$

$\sin\frac{A}{2}=\boxed{\quad}$，$\cos\frac{A}{2}=\boxed{\quad}$

③ 提到多個角度的條件

⇨三個角度：$\boxed{\text{二個一國，再搭配第三個角度}}$

⇨四個角度：$\boxed{\text{二個二個各一國，再合併起來}}$

④ 三角函數計算通則

⇨先將 $\boxed{\quad}$ 定好，再配上所需之 $\boxed{\quad}$

例 計算 $\tan 20°+\tan 40°+\sqrt{3}\tan 20°\tan 40°$ 之值

⇨