高二數學(上學期)Q108_(林岳團隊)

林岳數學

108新課綱

三角函數

第1章

三角函數

林岳數學

1-1 弧度量

首部曲　弧度量(徑)

1. 角度單位
2. 三角函數值

貳部曲　扇形

1. 基本公式
2. 面積
3. 應用
4. 進階

講道理　道理說清楚，就是好的開始

在以前，我們用來度量角的單位是“度”，這是承襲巴比倫人及古埃及人的習慣。然而，爲了使三角函數成爲“實數→實數”的完整函數，以便描繪三角函數圖形，從而能直觀的瞭解三角函數的變化，我們必須學習另一種單位“弳”，請！

角度單位

①度 ⇨ 將圓周分成 360 等分，每一等分所對之圓心角稱為 1 度，且知 $1° = 60'$，$1' = 60''$

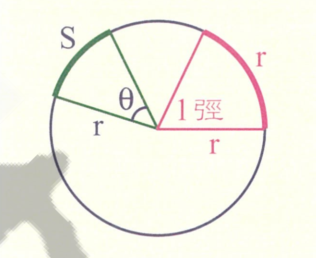
⇨ 1 個完整的圓其圓心角 = $\boxed{\quad\quad}$

②弳 ⇨ 在圓周上，取一圓弧長等於半徑長，則此圓弧所對的圓心角稱為一弳(弧度)，通常弧度制的單位可以省略。

⇨ $\boxed{\theta(\text{弳}) = \dfrac{\text{弧長}S}{\text{半徑}r}}$

⇨ 1 個完整的圓其圓心角 = $\boxed{\dfrac{\quad}{\quad}} = \boxed{\quad\quad}$

立航心得語



③單位換算 ⇨ 1 個完整的圓其圓心角 = $360° = 2\pi$ (弳)

可得 $\boxed{180° = \pi\,(\text{弳})}$

❶ $1° = \dfrac{\pi}{180}$ (弳) $\doteqdot 0.01745$ (弳)

❷ $1(\text{弳}) = (\dfrac{180}{\pi})° \doteqdot 57°17'45'' \doteqdot 57.3°$

立航心得語

請想想！

$\pi°$ 角有多大？

⇨ $\boxed{\quad\quad}$

④練習

請熟悉度與弧度之間的轉換

度	0°		30°	45°		75°		120°		150°	180°	225°		270°	300°	330°	
弳		$\frac{\pi}{12}$			$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{4}$				$\frac{4\pi}{3}$				2π

1. 已知圓 O 的半徑為 4 公分，$\overset{\frown}{AB}$、$\overset{\frown}{CD}$、$\overset{\frown}{EF}$為圓 O 上的弧，試回答下列問題：

(1) $\overset{\frown}{AB}$弧長為 8 公分，請問 $\angle AOB =$ ________ 弳。

(2) $\overset{\frown}{CD}$弧長為 3π 公分，請問 $\angle COD =$ ________ 度。

(3) $\angle EOF = 80°$，則 $\angle EOF =$ ________ 弳，此圓心角所對的弧長 $\overset{\frown}{EF} =$ ________ 公分。

【答案】▶ (1) 2　(2) 135　(3) $\frac{4}{9}\pi$；$\frac{16}{9}\pi$

【解析】▶

三角函數值

2. 請完成下表：

θ	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$-\frac{13}{3}\pi$	$\frac{33}{4}\pi$
sin						
cos						
tan						

【解析】▶

1. $\sin^2(-\frac{3}{5}\pi)+\cos\frac{\pi}{3}-\tan\frac{5}{4}\pi+\cos^2\frac{7}{5}\pi=?$

⇨ $\frac{1}{2}$

2. $\sin 33\pi+\sqrt{2}\cos(-\frac{5}{4}\pi)-\tan\frac{5}{3}\pi\times\tan(-\frac{7}{6}\pi)=?$

⇨ -2

3. 已知θ為第二象限角，$\sin\theta=\frac{1}{3}$，試求：

(1) $\cos\theta=$______。(2) $\tan\theta=$______。

(3) $\sin(\frac{3}{2}\pi+\theta)=$______。(4) $\tan(\theta-\pi)=$______。

【答案】▶ (1) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　(2) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　(3) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　(4) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

【解析】▶

4. (1)試比較 $\sin 1$、$\sin 2$、$\sin 3$、$\sin 4$、$\sin 5$ 的大小，並由大到小排出大小順序。

(2)請選出正確選項。

(A) $\sin 1>\sin 1^\circ$　(B) $\cos 2>\cos 2^\circ$　(C) $\tan 3>\tan 3^\circ$

(D) $\sin\pi^2>\cos\pi^2$　(E) $\tan 1>\sin 1>\cos 1$。

【答案】▶ (1) $\sin 2>\sin 1>\sin 3>\sin 4>\sin 5$　(2) (A)(D)(E)

【解析】▶

隨堂試練

已知θ為第三象限角，$\cos\theta=-\frac{3}{5}$，試求

(1) $\sin\theta=$______。(2) $\tan\theta=$______。

(3) $\sin(\frac{1}{2}\pi+\theta)=$______。(4) $\cos(\theta+\frac{3}{2}\pi)=$______。

⇨ (1) $-\frac{4}{5}$　(2) $\frac{4}{3}$　(3) $-\frac{3}{5}$　(4) $-\frac{4}{5}$

講道理　道理說清楚，就是好的開始

我們已經知道角度的弧度制單位是定義在扇形圖形中。所以，我們可以進一步求出扇形的一些性質，請！

扇形的弧長與面積

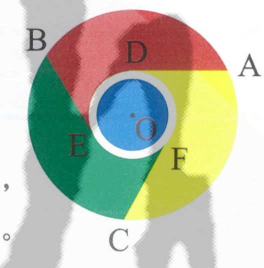
由弧度制定義 $\theta=\dfrac{S}{r}$ 可得

①弧　　長 ⇨ $S=\boxed{r\theta}$　（θ 必須表成弧度制）

②扇形面積 ⇨ $A=\boxed{\dfrac{1}{2}r^2\theta}=\dfrac{1}{2}Sr$（$\theta$ 必須表為弧度制）

立航心得語

5. 右圖是 chrome 按鍵圖示，其中綠色、黃色、紅色的部份是全等圖形。小岳將圖形丈量拆解後發現藍色小圓圓心 O，半徑 0.8 公分，白色環狀區寬度是 0.2 公分，$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$ 與白色圓環相切，$\overline{OA}$=2 公分，試求紅色區域周長及面積。

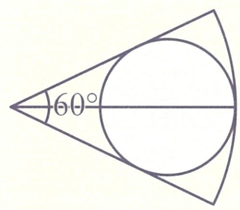


【答案】▶ 周長：$2\sqrt{3}+2\pi$ 公分；面積：π 平方公分

【解析】▶

6. 一個扇形之圓心角為 $\dfrac{\pi}{3}$，若此扇形的面積為 A，其內切圓的面積為 B，則 A : B = ________。　【南女】

立航心得語



【答案】▶ 3 : 2

【解析】▶

馬上試試

若一扇形的弧長為 $\pi+2$，面積為 $3\pi+6$，則該扇形的半徑長度 = ________。　【北一女】

⇨ 6