

林名
數學

MATHEMATICS

國三總複習(一)



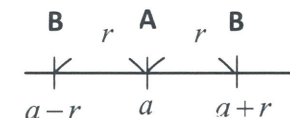
重點 1

數線

1. 數線的三要素: (1)原點 (2)單位 (3)正向

2. 數線上一點 $A(a)$ 與另一點 B 距離為 r ,

則 B 點表示的數為 $a+r$ 或 $a-r$ 。



3. 相反數: 以原點為基準, 在原點的左右兩邊, 與原點等距離的兩個數, 稱為「相反數」。

(1) 互為相反數的兩數相加必為 0。

(2) $a+b=0 \Leftrightarrow a、b$ 互為相反數。

(3) 將一數前面加上負號, 即形成此數的相反數。

(4) 0 的相反數還是 0。

(5) $-a$ 不一定是負數

(6) $\frac{2}{3}$ 的相反數不是 $\frac{3}{2}$

4. 中點坐標: $A(a)、B(b)$ 為數線上兩點, 其中點坐標為 $\frac{a+b}{2}$ 。

5. 數線上坐標的改變: 各點新坐標 = (各點的原坐標 - 新原點的原坐標) \div 新單位長的倍數。



重點 2

絕對值

1. 在數線上, 表示一個數的點與原點的距離, 叫做這個數的絕對值, 以此符號 $| \quad |$ 表示。

2. 絕對值必為正數或 0, 恆不為負數。一個正數的絕對值就是它自己, 一個負數的絕對值就是把它負號去掉後的數, 而 0 的絕對值還是 0。

3. 若 a 為正數, 且 $| \text{甲數} | = a$, 則甲數 = $\pm a$ (去絕對值配正負); 若 $| \text{乙數} | = -a$, 則乙數無解。

$$4. |A| = \begin{cases} A & (\text{若 } A \text{ 為正}) \text{ 例: } |12| = 12 \\ 0 & (\text{若 } A \text{ 為 } 0) \text{ 例: } |0| = 0 \\ -A & (\text{若 } A \text{ 為負}) \text{ 例: } |-12| = 12 \end{cases} \quad \text{或} \quad |A| = \begin{cases} A & (\text{若 } A \geq 0) \text{ 例: } |12| = 12 \\ -A & (\text{若 } A \leq 0) \text{ 例: } |-12| = -(-12) = 12 \end{cases}$$

5. 若 $|A| + |B| = 0$, 則 $A = 0$, 且 $B = 0$ 。

$$6. |A-B| = \begin{cases} A-B & (\text{若 } A \geq B) \\ -(A-B) = B-A & (\text{若 } A < B) \end{cases}$$

(108 課綱: 不應出現 $|x-3| = 4$, 求 x 的值; $|x-5| \leq 4$, 求 x 的範圍...等問題。)

(1) 原點平移與單位長變動

例題：數線上表示-8的點為新原點，原單位長的3倍為新單位長，成為一新數線，則原來表示10的點變為？

- (A) 54 (B) 18 (C) 6 (D) 2

(2) 數線上點的位置與移動

例題：甲、乙兩人在數線上相距7單位長，且甲在乙左邊，甲每秒向右走1單位，乙每秒向左走2單位，若甲、乙兩人同時出發5秒後，甲在數線上12的位置，則乙最後的位置？

- (A) -10 (B) 0 (C) 4 (D) 14

(3) 等分點問題

例題：數線上 $A(-5), B(x), C(19)$ ， C 介於 A, B 之間，若 $\overline{AC}:\overline{CB}=3:1$ ，則 $x=?$

- (A) 96 (B) 27 (C) 13 (D) 11

(4) 絕對值與比大小

例題：若 $x = \left| -99 - \frac{1}{100} \right|, y = \left| 98 - \left(\frac{1}{100} \right) \right|, z = \left| 100 - \frac{1}{100} \right|$ ，則 x, y, z 大小？

- (A) $z > x > y$ (B) $z > y > x$ (C) $y > z > x$ (D) $x > z > y$

(5) 絕對值與整數解

例題：甲為正整數，小於 $|\text{甲}|$ 的正整數共有 18 個，則 $\text{甲}=?$

- (A) 19 (B) 18 (C) 9 (D) 無解

(6) 數線與絕對值

例題：右圖數線上的 A, B, C 三點所表示的數分別為 a, b, c 。若 $|a-b|=3, |b-c|=5$ ，且原點 O 與 A, B 的距離分別為 4、1，則關於 O 的位置，下列敘述何者正確？

- (A) 在 A 的左邊
(B) 介於 A, B 之間
(C) 介於 B, C 之間
(D) 在 C 的右邊



- () 1. 數線上與 5 相距 3 個單位長的點為 A 點，則 A 點所表示的數是多少？
(A) 8 (B) 2 (C) 8 或 2 (D) 3 或 8

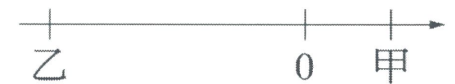
- () 2. 如圖所示， A, B, C 三點所代表的數的相反數分別為甲、乙、丙三數，則有關甲、乙、丙三數絕對值的敘述何者正確？

- (A) $|\text{甲}| > |\text{乙}| > |\text{丙}|$
(B) $|\text{乙}| > |\text{丙}| > |\text{甲}|$
(C) $|\text{丙}| > |\text{甲}| > |\text{乙}|$
(D) $|\text{丙}| > |\text{乙}| > |\text{甲}|$



- () 3. 甲、乙兩數在數線上的位置如圖所示，下列各敘述何者正確？

- (A) $|\text{乙}| < |\text{甲}|$
(B) $\text{甲} - \text{乙} < 0$
(C) $\text{甲} + \text{乙} < 0$
(D) $|\text{甲} - \text{乙}| > |\text{乙} - \text{甲}|$



- () 4. 若 -5 與 $(\text{甲} - 1)$ 互為相反數，則 $\text{甲}=?$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

- () 5. 絕對值小於 8 的整數有多少個？

- (A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 15

- () 6. 算式 $17 - 2 \times [9 - 3 \times 3 \times (-7)] \div 3$ 之值為何？

- (A) -31 (B) 0 (C) 17 (D) 101

- () 7. 數線上 A, B, C 三點所代表的數分別是 $a, 1, c$ ，且 $|c-1| - |a-1| = |a-c|$ 。若下列選項中，有一個表示 A, B, C 三點在數線上的位置關係，則此選項為何？

- (A) (B) (C) (D)

- () 8. 數線上 A 、 B 兩點所表示的數分別為 a 、 b ，且 $a < b$ ， $|a - b| = 9$ 。若從 A 點向右移動 3 單位到達 C 點，則 B 、 C 兩點的距離為何？
(A)3 (B)6 (C)9 (D)12

- () 9. 已知有甲、乙、丙、丁四支棒球隊，每隊均與其他三隊各比 20 場。右表為四隊比賽戰績紀錄表，其中部分資料汙損。根據表中的資料，判斷乙隊的獲勝場數為何？

球隊	出賽	勝	負	平手
甲	60	36	23	1
乙	60			1
丙	60	25	33	2
丁	60	31	27	2

- (A)23 (B)24 (C)25 (D)26

- () 10. 數線上有 O 、 A 、 B 、 C 四點，各點位置與各點所表示的數如附圖所示。若數線上有一點 D ， D 點所表示的數為 d ，且 $|d - 5| = |d - c|$ ，則關於 D 點的位置，下列敘述何者正確？



- (A)在 A 的左邊 (B)介於 A 、 C 之間, (C)介於 C 、 O 之間 (D)介於 O 、 B 之間

- () 12. 附圖數線上的 A 、 B 、 C 三點所表示的數分別為 a 、 b 、 c ，且原點為 O 。根據附圖中各點位置，判斷下列四個式子的值何者最大？



13. 乙為正整數，絕對值小於乙的整數有 15 個，則乙數為_____。

14. 已知 A 、 B 為整數，若 $|A| + |B| = 12$ ，則 A 的最小值為_____， B 的最大值為_____。

15. 假設甲、乙均為整數，若 $|甲 + 1| + 7 \times |乙 - 1| = 4$ ，則甲 + 乙 = _____。

- 量：用來描述日常生活中，如：大小、輕重、長短、多少……等，稱為量。
- 數：將量後面的單位去除，即為數。
- 同類量比較大小需將單位化為相同，不同類量則無法比較大小。
- (1) 運算符號：表示數學算式中的加(+)、減(-)、乘(×)、除(÷)等符號，叫做運算符號。
(2) 性質符號：用來表示一個數是正數「+」或負數「-」的符號，稱為性質符號。
- 實數
 - 有理數
 - 正整數(自然數)
 - 整數
 - 0
 - 負整數
 - 有限小數：例如3.14
 - 循環小數：例如 $0.\bar{3}$
 - 無理數：例如 $\sqrt{2}$ 、 π
 - ※(1)有理數：可化成「整數分之整數」的數字
 - (2)無理數：無法化成「整數分之整數」的數字
- 0既不是正數也不是負數。
 - ◆① 正數前面「+」號，可省略不寫。負數前面「-」號，則不能省略。
 - ② -1 是最大的負整數，1 是最小的正整數。
 - ③ 整數包含負整數、0、正整數。
- 符號法則：
 - 同號數：① ++ \Rightarrow + ② -- \Rightarrow + 異號數：① +- \Rightarrow - ② -+ \Rightarrow -
- 數的基本運算：加、減、乘、除，這四種運算須遵守數的運算規則，
加法交換律、乘法交換律、乘法對加法的分配律。
 - (1)交換律：
 - ① $a + b = b + a$
 - ② $a \times b = b \times a$
 - (2)結合律：
 - ① $(a + b) + c = a + (b + c)$
 - ② $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
 - (3)分配律：
 - ① $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
 - ② $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$
 - ③ $(b + c) \times a = b \times a + c \times a$
 - ④ $(b - c) \times a = b \times a - c \times a$
- 倒數：若 $a \neq 0$ ，則 a 的倒數是 $\frac{1}{a}$ 。
 - ◆互為倒數的兩數，其乘積為 1
 - ◆0 沒有倒數。
- 負數的運算規則：負數的運算也滿足交換律、結合律和分配律。

重點 2 次方與指數律

1. 次方：數本身的連乘積，又稱為乘方。 例： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \Rightarrow 2$ 為底數， 5 為指數

- ◆ ① 正數的任何次方為正數。
- ② 負數的奇數次方為負數，負數的偶數次方為正數。
- ③ 指數的運算順序優先於四則運算，例如： $-3^4 = -(3^4)$ 。

2. 指數律：若 $a \neq 0$ ，則

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ② $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ③ $(a^m)^n = a^{m \times n}$ ④ $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ ⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

◆ 若 $a \neq 0$ ，則 $a^0 = 1$ ， 0^0 沒有意義。

3. 底數相同

- (1) 若 $a > 1$ ，則 $a^3 > a^2 > a^1$ 例： $(1.5)^3 > (1.5)^2 > (1.5)^1$
 若 $a < -1$ ，則 $a^5 < a^3 < a^1$ 例： $(-1.5)^5 < (-1.5)^3 < (-1.5)^1$
 (2) 若 $0 < a < 1$ ，則 $a^3 < a^2 < a^1$ 例： $(0.5)^3 < (0.5)^2 < (0.5)^1$
 若 $-1 < a < 0$ ，則 $a^5 > a^3 > a^1$ 例： $(-0.5)^5 > (-0.5)^3 > (-0.5)^1$

4. 底數、指數不相同

- (1) 化成底數相同，再比較指數。(2) 化成指數相同，再比較底數。
 (3) 若兩個以上的質因數連乘積比較大小，可以提出最大公因數，再比較商的大小即可。

5. 負指數與倒數：若 $a \neq 0$ ，則 $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ 。(108 課綱：不處理「指數為負整數」的情形。)

重點 3 分數比大小、分數乘除

1. 可以利用通分或化成小數來比較。

2. 正分數中：真分數的分子分母差相同時，分母愈大則愈大。
 假分數的分子分母差相同時，分母愈小則愈大。

- ◆ 若為負分數，則 ① 數線上，越靠近原點越大。
 ② 絕對值愈大，其值愈小。
 ③ 先以正分數方向去思考，比較出大小，最後再將負號放進去，則結果會相反。

3. 兩分數同號相乘除其結果為正數，異號相乘除其結果為負數。

4. 多個數連乘除時，若負數有奇數個，則結果為負數；若負數有偶數個，則結果為正數。

5. 四則運算時，運算順序由左至右，先乘方 \Rightarrow 乘除 \Rightarrow 加減；

括號則先小括號 \Rightarrow 中括號 \Rightarrow 大括號。(108 課綱：不宜出現多於三層以上括號的四則運算。)

6. 乘方比大小，當底數相同時：

- (1) 正真分數 \rightarrow 指數愈大者，值愈小；負真分數 \rightarrow 指數愈大者，值愈大。
 (2) 正假分數 \rightarrow 指數愈大者，值愈大；負假分數 \rightarrow 指數愈大者，值愈小。

重點 練習

(1) 四則運算

例題： $(-2)^2 - 4 \div 2 - (-\frac{1}{7}) \times 91 = ?$

- (A) 15 (B) 13 (C) -7 (D) -11

(2) 特殊運算符號

例題：請由右列的算式歸納出 \oplus 的運算規則： $1 \oplus 2 = -1$ ， $3 \oplus (-4) = 1$ ， $(-5) \oplus (-6) = -1$ ， $(-7) \oplus 8 = 1$

依此規則，則 $\{2 \oplus [(-1) \oplus (-3)]\} \oplus 7 = ?$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 5

(3) 比較大小

例題：若甲 $= (-2)^{11}$ ，乙 $= (-\frac{1}{2})^{33}$ ，丙 $= (-\frac{1}{3})^{22}$ ，則何者最小？

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 無法比較

(4) 分數與分項對消

例題： $\frac{3^2}{2 \times 4} \times \frac{4^2}{3 \times 5} \times \frac{5^2}{4 \times 6} \times \dots \times \frac{50^2}{49 \times 51} =$

- (A) $\frac{25}{17}$ (B) $\frac{17}{25}$ (C) $\frac{153}{100}$ (D) $\frac{100}{153}$

(5) 指數律與分配律

例題： $[(-3)^2]^2 + 2 \times (-3)^3 - 2 \times (-3)^2 = ?$

- (A) 117 (B) 45 (C) 9 (D) -9

- () 1. 下列四個等式何者不成立？
 (A) $(13+6)-5=13+(6-5)$
 (B) $(77-20)-35=77-(20+35)$
 (C) $(-50)+20=(-20)-(-50)$
 (D) $(-23)+[-(-11)]=[-(-11)]+(-23)$

- () 2. 計算 $(26 - |(-24) - (-13)|) - |7 - 10| + |(-5) - 12|$ 之值為多少？
 (A) 29 (B) 15 (C) 5 (D) -5

- () 3. 在下圖中，填入的甲、乙、丙、丁、戊五個數，可使縱列、橫列、斜列的和皆相等，則下列哪一個選項是正確的？
 (A) 乙 = -9
 (B) 丙 = 24
 (C) 丁 = -21
 (D) 戊 = 32

1	乙	戊
甲	8	丁
-15	丙	15

- () 4. 下列各式的值，何者與其他算式的值不相等？
 (A) $96 \div (-8) \div (-4)$
 (B) $[96 \div (-8)] \div (-4)$
 (C) $96 \div [(-8) \div (-4)]$
 (D) $96 \div [(-8) \times (-4)]$
- () 5. 若甲數 $\div 243 = 378$ ，則 $(\text{甲數} - 6804) \div 243 = ?$
 (A) 350 (B) 360 (C) 370 (D) 380

- () 6. 在 -2、-1、0、4 四個數中任取三個數相乘，其中乘積最小的值為何？
 (A) -8 (B) -4 (C) 0 (D) 8

- () 7. 計算 $(-8) \times (-1) + \{-3 \times [-2 + (-6) \times (-3)] + |7 - 8|\} = ?$
 (A) -39 (B) 33 (C) 31 (D) -65

- () 8. 設甲、乙兩個整數運算符號「@」的定義為：甲@乙 = 甲 \times 甲 - |甲| \times 乙，例如 $5@2 = 5 \times 5 - |5| \times 2 = 25 - 10 = 15$ ，則 $(-6)@3$ 的值是多少？
 (A) 54 (B) 18 (C) -18 (D) -54

- () 9. 計算 $(-1)^1 \times (-1)^2 \times (-1)^3 \times \dots \times (-1)^{99} = ?$
 (A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) -99

- () 10. 計算 $(-2)^2 - [4 - 2 \times (-2)^3] \times (-2^2) = ?$
 (A) -176 (B) -16 (C) 84 (D) 176

- () 11. 若 $10^x \times 10^3 \div 10^5 = 10^{14}$ ，則 $x = ?$
 (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

- () 12. 下列選項何者錯誤？
 (A) $(-2)^2 > (-2)^3$ (B) $2^3 > 2^4$ (C) $(-2)^3 < 2^3$ (D) $(-2)^1 < (-2)^0$

- () 13. -5、 $(-2)^2$ 、 -3^2 三數的大小關係為何？
 (A) $(-2)^2 > -5 > -3^2$
 (B) $-3^2 > (-2)^2 > -5$
 (C) $-5 > (-2)^2 > -3^2$
 (D) $(-2)^2 > -3^2 > -5$

- () 14. 下列選項何者正確？
 (A) $3^{18} + 3^{17} > 4 \times 3^{17}$ (B) $3^{18} + 3^{17} < 4 \times 3^{17}$
 (C) $3^{18} + 3^{17} = 4 \times 3^{17}$ (D) 無法判斷

- () 15. 試計算 $(-1)^{-1} + (-1)^{-2} + (-1)^{-3} + \dots + (-1)^{-10} = ?$
 (A) 10 (B) -10 (C) 0 (D) -1