

綜合國內外重要數學檢測試題

數學競試選粹

高二

- (1) 內含高二課綱八大重要單元題目精華
- (2) 全美中學數學分級能力測驗
(AMC12 2018、2019試題)
- (3) 臺灣中小學數學能力檢定考試
(TMT11 2019試題)



財團法人九九文教基金會 授權
博凱出版社 發行

目錄



高二數學課程綱要重點總整理

(試題)

【第一主題】：三角(一)⇒基本三角	01
【第二主題】：三角(二)⇒三角的推廣	03
【第三主題】：面積	05
【第四主題】：指數與對數	07
【第五主題】：機率(二)	09
【第六主題】：平面向量與空間向量	11
【第七主題】：立體空間(含平面與空間直線)	13
【第八主題】：數學素養題	15
AMC 12~2018 年試題	17
AMC 12~2019 年試題	23
TMT 11~2019 年試題	30

(詳解)

【第一主題】：三角(一)⇒基本三角	37
【第二主題】：三角(二)⇒三角的推廣	38
【第三主題】：面積	40
【第四主題】：指數與對數	42
【第五主題】：機率(二)	44
【第六主題】：平面向量與空間向量	46
【第七主題】：立體空間(含平面與空間直線)	48
【第八主題】：數學素養題	50
AMC 12~2018 年試題詳解	52
AMC 12~2019 年試題詳解	61
TMT 11~2019 年試題詳解	69



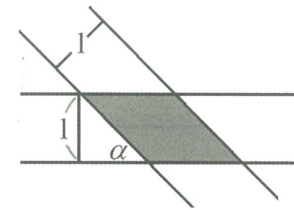
高二數學課程綱要重點總整理

【第一主題】：三角(一) ⇒ 基本三角

1. 下列三角形何者不存在？
(A) 銳角等腰三角形 (B) 等腰直角三角形 (C) 鈍角直角三角形
(D) 不等邊的直角三角形 (E) 不等邊的鈍角三角形

2. 已知 x 為實數，且 $\sec x - \tan x = 2$ ，則 $\sec x + \tan x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5

3. 如圖，試問陰影部分面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

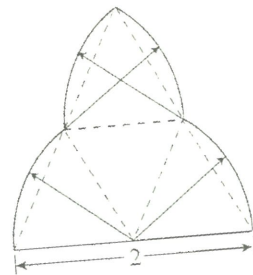


- (A) $\sin \alpha$ (B) $\frac{1}{\sin \alpha}$ (C) $\frac{1}{1 - \cos \alpha}$ (D) $\frac{1}{1 - \sin^2 \alpha}$ (E) $\frac{1}{(1 - \cos \alpha)^2}$

4. 四邊形 $ABCD$ ，已知 $\angle A = 120^\circ$ ， B 和 D 都是直角， $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{AD} = 46$ ，試求 $\overline{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(A) 60 (B) 62 (C) 64 (D) 65 (E) 72

5. 右圖稱為「三葉形」，它是由全等正三角形的邊為半徑所畫出的扇形所構成的，若此「三葉形」的底邊長為2，則此「三葉形」的面積是多少？

- (A) $\frac{1}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{4}$
 (D) $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (E) $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$

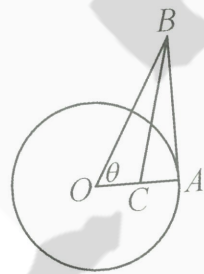


6. 有一個邊長為6的正三角形。請問在此三角形外面且與此三角形距離不超過3之區域的面積是多少？

- (A) $36 + 24\sqrt{3}$ (B) $54 + 9\pi$ (C) $54 + 18\sqrt{3} + 6\pi$
 (D) $(2\sqrt{3} + 3)^2\pi$ (E) $9(\sqrt{3} + 1)^2\pi$

7. 如圖，圓O半徑為1，今知 \overline{AB} 為圓O之切線，且 $\angle AOB$ 為 θ ，若 $\angle ABO$ 之平分線 \overline{BC} 交 \overline{OA} 於C，則試問 \overline{OC} 長為_____。

- (A) $\sec^2\theta - \tan\theta$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\cos^2\theta}{1 + \sin\theta}$
 (D) $\frac{1}{1 + \sin\theta}$ (E) $\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$



8. 在 $\triangle ABC$ 中各邊的邊長為整數，D為 \overline{AC} 邊上的一點， \overline{BD} 為角平分線， $\overline{AD} = 3$ 且 $\overline{DC} = 8$ 。試問此三角形的周長最小可能是_____。

- (A) 30 (B) 33 (C) 35 (D) 36 (E) 37

【第二主題】：三角(二) \Rightarrow 三角的推廣

1. 設 $f(x) = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} - \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$ ，則 $f(x) =$ _____。

- (A) $1 - \sqrt{2}\sin x$ (B) $-1 + \sqrt{2}\cos x$ (C) $\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}$
 (D) $\cos x - \sin x$ (E) $\cos 2x$

2. 已知三角形的三個高分別為12，15及20，則此三角形的最大內角是_____。

- (A) 72° (B) 75° (C) 90° (D) 108° (E) 120°

3. 兩射線共端點O且夾角為 30° ，而點A落於一射線上，點B落在另一射線上且 $\overline{AB} = 1$ 。試問 \overline{OB} 的最大可能值為_____。

- (A) 1 (B) $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2 (E) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

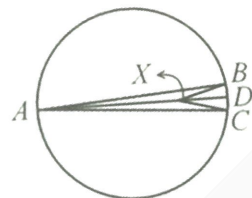
4. 已知一三角形之三邊長分別為11, 15, k，而且k為整數，試問滿足此三角形為鈍角三角形之k有_____個。

- (A) 5 (B) 7 (C) 12 (D) 13 (E) 14

5. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=1$ ， $\overline{AC}=2$ ， A 到 \overline{BC} 中點的距離與 \overline{BC} 長度相同，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

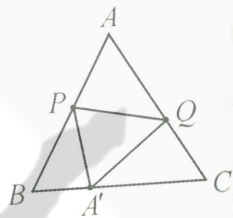
- (A) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\sqrt{3}$

6. 如圖，點 A, B, C, D 在直徑為 1 的圓上，且 X 在直徑 \overline{AD} 上，若 $\overline{BX} = \overline{CX}$ ， $\angle BAC = 12^\circ$ ， $\angle BXC = 36^\circ$ ，則 $\overline{AX} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- (A) $\cos 6^\circ \cos 12^\circ \sec 18^\circ$ (B) $\cos 6^\circ \sin 12^\circ \csc 18^\circ$
 (C) $\cos 6^\circ \sin 12^\circ \sec 18^\circ$ (D) $\sin 6^\circ \sin 12^\circ \csc 18^\circ$ (E) $\sin 6^\circ \sin 12^\circ \sec 18^\circ$

7. 在正 $\triangle ABC$ 中，將頂點 A 摺至 A' ， A' 落在 \overline{BC} 上，如圖所示，若 $\overline{BA'}=1$ 且 $\overline{A'C}=2$ ，則摺痕 \overline{PQ} 之長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



- (A) $\frac{8}{5}$ (B) $\frac{7}{20}\sqrt{21}$ (C) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{13}{8}$ (E) $\sqrt{3}$

8. 下列選項均由 3 個數字組成，請問哪一組不能做為三角形之三邊高？
 (A) $1, \sqrt{3}, 2$ (B) $3, 4, 5$ (C) $5, 12, 13$ (D) $7, 8, 13$ (E) $8, 15, 17$

【第三主題】：面積

1. 某三角形的面積為 30，有一邊的邊長為 10，此邊的中線長為 9。若此邊與它的中線所夾的銳角為 θ ，則 $\sin \theta = ?$

- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{9}{10}$

2. 圓 A 的 45° 弧長與圓 B 的 30° 弧長相等，則圓 A 面積與圓 B 面積的比值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

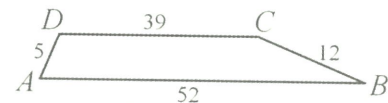
- (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\frac{9}{4}$

3. 假設一三角形的三邊長分別為 15, 20, 25，則此三角形最短的高之長度為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (A) 6 (B) 12 (C) 12.5 (D) 13 (E) 15

4. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB}=52$ ， $\overline{BC}=12$ ， $\overline{CD}=39$ ， $\overline{DA}=5$ ，則梯形 $ABCD$ 之面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

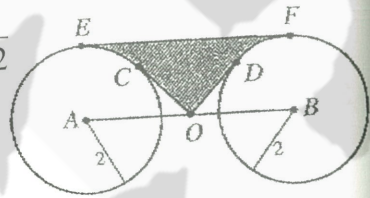
- (A) 182 (B) 195 (C) 210 (D) 234 (E) 260



5. 梯形 $ABCD$ 的兩底為 \overline{AB} 與 \overline{CD} ，且兩對角線交於 K 點。設 $\overline{AB}=9$ 、 $\overline{DC}=12$ ，且 $\triangle AKD$ 的面積為 24。請問梯形 $ABCD$ 的面積為多少？
 (A) 92 (B) 94 (C) 96 (D) 98 (E) 100

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=13$ ， $\overline{BC}=14$ ， $\overline{AC}=15$ ，今設 D 為 \overline{BC} 之中點，而 $\angle BAC$ 之平分線 \overline{AE} 交 \overline{BC} 於 E ，則試問 $\triangle ADE$ 之面積為_____。
 (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5 (E) 4

7. 如圖，兩圓是以 A, B 為圓心，以 2 為半徑的兩個圓。點 O 是 \overline{AB} 的中點，且 $\overline{OA}=2\sqrt{2}$ 。線段 \overline{OC} 及 \overline{OD} 分別切圓 A 及圓 B 於 C, D 兩點，且 \overline{EF} 是兩圓的公切線。陰影區域 $ECODF$ 的面積是多少？
 (A) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (B) $8\sqrt{2}-4-\pi$ (C) $4\sqrt{2}$
 (D) $4\sqrt{2}+\frac{\pi}{8}$ (E) $8\sqrt{2}-2-\frac{\pi}{2}$



8. 三角形 ABC 中， $\overline{AB}=27$ ， $\overline{AC}=26$ ，且 $\overline{BC}=25$ 。若 I 為各內角平分線的交點，則 $\overline{BI}=?$
 (A) 15 (B) $5+\sqrt{26}+3\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{26}$
 (D) $\frac{2}{3}\sqrt{546}$ (E) $9\sqrt{3}$

【第四主題】：指數與對數

1. $N > 1$ ，試求 $\sqrt[3]{N^3 \sqrt{N^3 \sqrt{N}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (A) $N^{\frac{1}{7}}$ (B) $N^{\frac{1}{9}}$ (C) $N^{\frac{1}{3}}$ (D) $N^{\frac{13}{27}}$ (E) N

2. 下列何者之值最大？
 (A) $\sqrt[3]{5 \cdot 6}$ (B) $\sqrt{6 \sqrt{5}}$ (C) $\sqrt{5 \sqrt{6}}$ (D) $\sqrt[3]{5 \sqrt{6}}$ (E) $\sqrt[3]{6 \sqrt{5}}$

3. 若 $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1$ ，則 a 的值為多少？
 (A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 36

4. 使函數 $\log_{2004} \{ \log_{2003} \{ \log_{2002} \{ \log_{2001} x \} \} \}$ 有定義的集合為 $\{x | x > c\}$ ，試問 c 之值是多少？
 (A) 0 (B) 2001^{2002} (C) 2002^{2003} (D) 2003^{2004} (E) $2001^{2002 \cdot 2003}$