



何明

數學

Hormin math

105 第一章 三角

何明數學家教班 高二暑期鑽石教材

【第一主題】：黃金分割

(1) 在線段 \overline{AB} 上取一點 P 使 $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{AP}}$ 時，

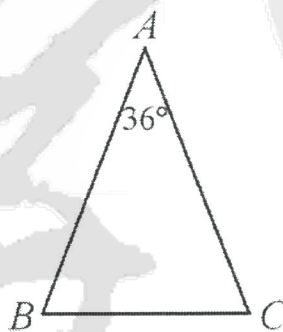


點 P 稱為黃金分割點，此比例稱為黃金

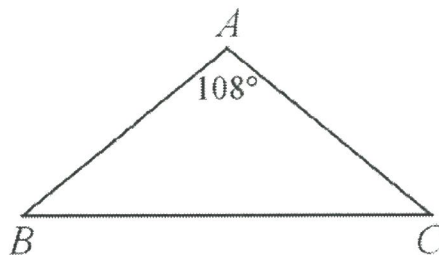
分割比，求比例 $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 黃金三角形：有兩邊長之比值為黃金分割比的三角形，稱為黃金三角形。

(A) 頂角為 36° 之等腰 \triangle 為黃金三角形。



(B) 頂角為 108° 之等腰三角形為黃金三角形



《甲》 精選範例

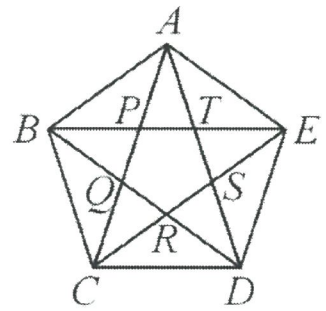
1. 正五邊形 $ABCDE$ 之五條對角線圍成一個小的正五邊形 $PQRST$ ，則

(1) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (4) $\frac{\overline{PQ}}{\overline{DE}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

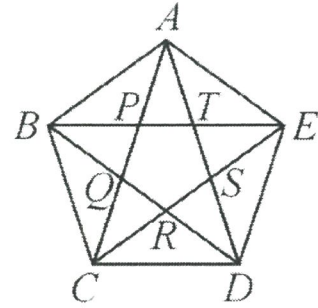
(5) $\frac{\text{五邊形 } PQRST \text{ 面積}}{\text{五邊形 } ABCDE \text{ 面積}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (6) 此正五邊形內有 個黃金三角形。



【即時重要演練題】

- A. 如右圖，一個邊長為2的正五邊形 $ABCDE$ 的五條對角線圍成一個小的正五邊形 $PQRST$ ，則 \overline{PQ} 的長為_____。



【92年學科能力測驗】

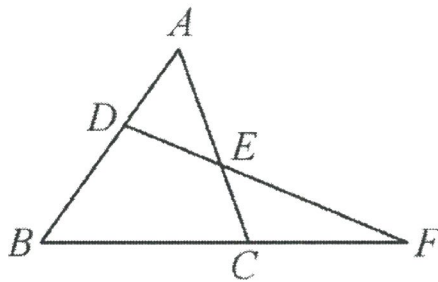
- B. 將一線段分成兩段，短的那段比上長的那段長度，相當於長的那段比上原來的長度。若 R 是其比值，則 $R^{(R^{(R^2+R^{-1})}+R^{-1})} + R^{-1}$ 的值為_____。
- (A) 2 (B) $2R$ (C) R^{-1} (D) $2+R^{-1}$ (E) $2+R$ 。

【第二主題】：孟氏定理與西瓦定理

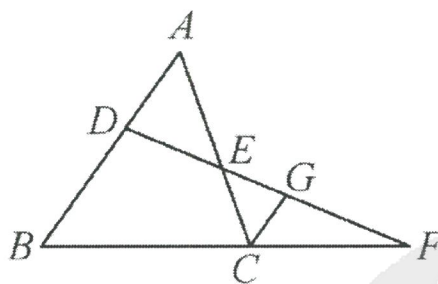
【理論說明】

孟氏 (Menelaus) 定理：

證明：
$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} \cdot \frac{\overline{BF}}{\overline{CF}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$$



證：作 $\overline{CG} \parallel \overline{BA}$



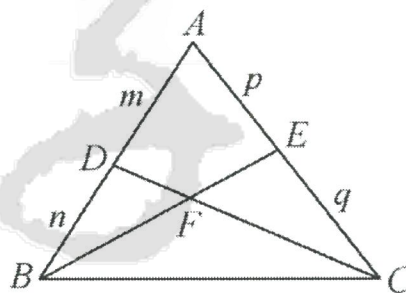
理論推廣：

若 $\overline{AD} : \overline{DB} = m : n$ ，

$\overline{AE} : \overline{EC} = p : q$ ，則

(1) $\overline{BF} : \overline{FE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

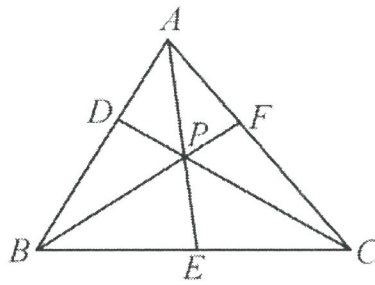
(2) $\overline{CF} : \overline{FD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



西瓦 (Ceva) 共點定理：

若 \overline{AE} , \overline{BF} , \overline{CD} 交於 P ，則

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} \cdot \frac{\overline{BE}}{\overline{EC}} \cdot \frac{\overline{CF}}{\overline{FA}} = 1$$



樂學網