

市立臺中一中 108 學年度第一學期第二次期中考 高一數學 試題

命題範圍：第一冊單元六至單元八

科目代碼：03

第壹部分：選擇題（占 44 分）

一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。
各題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 坐標平面上有二圓 $C_1:(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 、 $C_2:(x-7)^2+(y+2)^2=2$ ，若直線 L 將這二圓 C_1 、 C_2 的面積同時平分，則直線 L 的斜率為下列哪一選項中的數值？

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{2}{3}$ (3) 0 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $-\frac{1}{2}$

2. 坐標平面上有三點 $A(0,0)$ 、 $B(9,0)$ 、 $C(0,12)$ ，若坐標平面上的動點 P 滿足 $\overline{PA} = \frac{1}{2}\overline{PB}$ 且 $\overline{PA} = \overline{PC}$ ，則動點 P 所成的軌跡圖形為下列哪一個選項？

- (1) 1 個點 (2) 2 個點 (3) 一直線 (4) 一圓 (5) 不存在

二、多選題（占 32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯 3 個選項者，得 2 分，所有選項均未作答或答錯多於 3 個選項者，該題以零分計算。

3. 坐標平面上滿足 $\sqrt{x-y+1}\sqrt{x+2y-2} \geq 0$ 的點 (x, y) 所形成的區域為 Γ ，請問下列哪些選項中的敘述是正確的？

- (1) 無論實數 k 為何，直線 $x = k$ 必與 Γ 相交
(2) 無論實數 k 為何，直線 $y = k$ 必與 Γ 相交
(3) 無論實數 k 為何，直線 $y = \frac{1}{2}x + k$ 必與 Γ 相交
(4) 無論實數 k 為何，直線 $y = 2x + k$ 必與 Γ 相交
(5) 無論實數 k 為何，直線 $y = -\frac{1}{3}x + k$ 必與 Γ 相交

4. 在坐標平面上，當一個點 (x, y) 的 x 坐標與 y 坐標都是整數時，稱其為**格子點**。

設 m, n 皆為正整數且 $m > 2, 2 < n < 7$ ，若聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ nx + y \leq m \end{cases}$$
的解區域 Ω 之面積為 $\frac{44}{3}$ ，則下列

哪些選項中的敘述是正確的？

(1) $3m^2 = 100n$ (2) $m = 10$ (3) $n = 6$

(4) Ω 邊界上的格子點有 15 個 (5) Ω 內部 (不含邊界) 的格子點有 8 個

5. 坐標平面上 A, B, C 三點，已知 A 的坐標為 $(1, 1)$ 、 B 的坐標為 $(3, 1)$ ， C 的坐標為 (s, t) 且 \overline{AC} 的中垂線方程式為 $3x - y = 7$ ，設 ΔABC 的外接圓方程式為 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ，則下列哪些選項中的敘述是正確的？

(1) 圓心為 $(2, -1)$ (2) 半徑為 5 (3) $a + b + c = 2$ (4) $s = 4$ (5) $t = -2$

6. 坐標平面上有一以原點 O 為圓心的圓 C ，交直線 $L: 2x + y = 5$ 於 Q 、 R 兩點。已知圓 C 上有一點 P 使得 ΔPQR 為正三角形。請選出正確的選項。

(1) 直線 \overline{OP} 的方程式為 $2x - y = 0$ (2) P 點在第三象限 (3) ΔPQR 的面積為 $15\sqrt{3}$

(4) 直線 $2x + y - 10 = 0$ 為過 P 點的切線 (5) 過 Q 的切線與過 R 的切線相交於點 $(8, 4)$

背面尚有試題

第貳部分：選填題（占 56 分）

說明：1. 第 A 題至第 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（(-;)）。

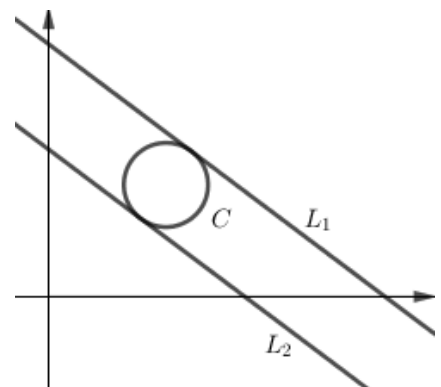
2. 每題完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在 $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 的長為 2 且直線 $\overline{BC}: 3x+4y=0$ 。若 $\triangle ABC$ 的重心 G 的坐標為 $(4,2)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為()。

B. 已知 $A(-1,-2)$ ，直線 $\overline{AB}: 3x-2y=1$ ，直線 $\overline{BC}: y=1$ 。若 $\triangle ABC$ 面積為 6，且直線 \overline{AC} 的斜率為負，則直線 \overline{AC} 的斜率為 $\frac{*}{+}$ 。（化成最簡分數）

C. 設直線 $L_1: ax-2y=c$ ， $L_2: 2x+by=-c$ ，若 L_1, L_2 互相垂直於點 $(1,-5)$ ，則序組 $(a,b,c) =$
(- , , / 0)。

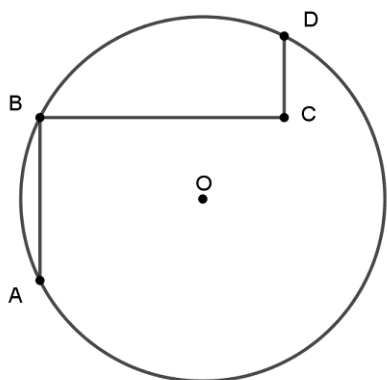
D. 如右圖，直線 $L_1: \frac{x}{48} + \frac{y}{36} = 1$ 、圓 C 的半徑為 3。若直線 L_2 與直線 L_1 平行且圓 C 與二直線 L_1, L_2 皆相切，則 L_2 的 x 截距為 1 2。



E. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - x - 3y - 2 = 0$ ，若直線 $y = mx$ 和圓 C 相交相異兩點 A, B ，且弦長 $\overline{AB} = 4$ ，則斜率 $m = \underline{3 \text{ 或 } 5}$ 。（有 2 解）

F. 坐標平面上有三條直線 L, L_1, L_2 ，其中 L 為水平線， L_1, L_2 的斜率分別為 $\frac{3}{4}, \frac{-4}{3}$ 。已知這三條直線會形成一個 $\triangle ABC$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 216，則 $\triangle ABC$ 的周長為 67。

G. 如下圖，圓 O 上三點 A, B, D ，圓內一點 C ，已知 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ，若 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 2$ ，且圓 O 的半徑為 r ，則 $r = \underline{8\sqrt{9}}$ 。



H. 已知 $A(5,0)$ ， $B(3,-4)$ ，動點 P 在圓 $C: x^2 + (y-4)^2 = 5$ 上移動，試求 $\overline{PB}^2 - \overline{PA}^2$ 的最大值為 12。

試題結束

市立臺中一中 108 學年度第一學期第二次期中考 高一數學 簡答

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (2) 2. (1)

二、多選題

3. (2)(3)(5) 4. (1)(2)(4)(5) 5. (1)(4) 6. (2)(3)(5)

第貳部分：選填題

A. 12 B. $\frac{-3}{2}$ C. (3,3,13) D. 38 E. 1 或 -7 F. 72 G. $2\sqrt{5}$ H. 52