臺中市立臺中第二高級中等學校

108 學年度 第 二 學期 一 年級 全 類組 數學 科 第 一 次期中考試題

本科電腦代碼： 11 ______年______班 姓名____________ 座號______號

注意：答案卷與答案卡未寫或未劃記正確或未在規定位置填寫班級、姓名、座號者，該科成績扣五分登記。

本試卷計 1 張共 2 面

總分 103 分，超過 100 分以 100 分計算。

一、填充題(每格 6 分)

1. 老師注意到申請入學考生的筆試成績似乎與其口試成績有關，因此隨機抽選了 5 位考生，其筆試與口試成績如下表。

考生	甲	乙	丙	丁	戊
筆試成績(分)	4	5	7	5	9
口試成績(分)	3	1	4	3	9

試回答下列各題：

(1) 這五位學生筆試成績的標準差為__(A)__分。

(2) 甲生的筆試成績標準化後為__(B)__。

(3) 這五位學生筆試成績與口試成績的相關係數為__(C)__。

(4) 若口試成績對筆試成績的迴歸直線方程式為 $y=ax+b$ ，則 $(a,b)=$__(D)__。

2. 油價在連續三年的年平均漲幅為 20%。已知第一年油價跌 20%，第二年油價漲 60%，則第三年油價漲__(E)__%。

3. $3^3+6^3+9^3+12^3+\cdots+27^3=$__(F)__。

4. 已知等差數列$\langle a_n\rangle:100,97,\cdots$，則$a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{118}=$__(G)__。

5. 已知等比數列$\langle a_n\rangle$滿足$a_2-a_4=-30,\ a_3+a_4=12$，則公比為__(H)__。

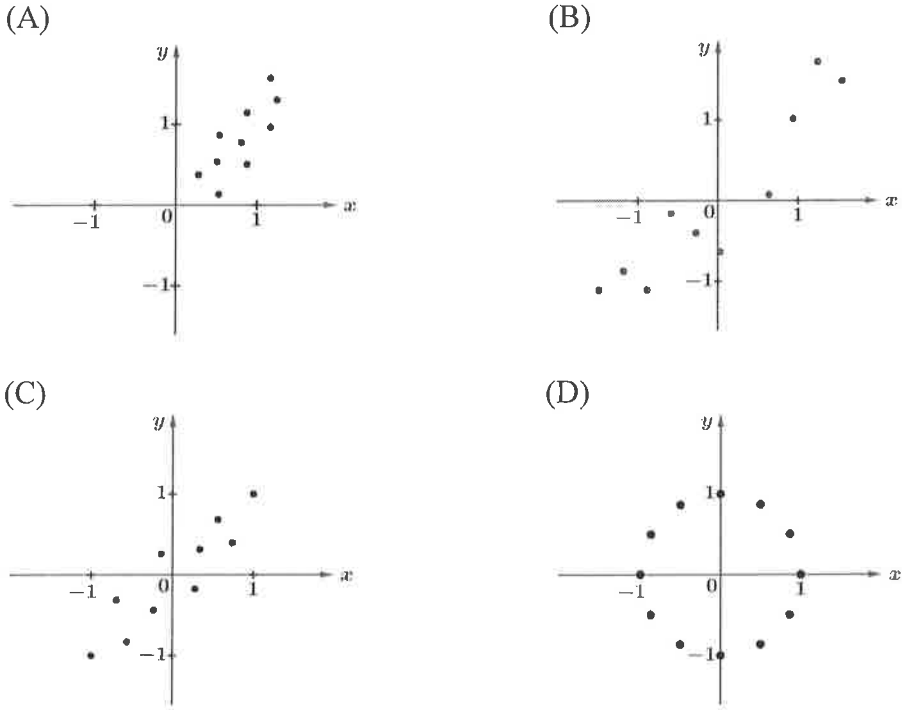
6. 從 0 開始，依照先向上、向右、向下、再向右的規律，將所有整數依序排列如下圖所示。

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] & 2 \arrow[d] & 5 \arrow[r] & 6 \arrow[d] & 9 \arrow[r] & 10 \\
0 \arrow[u] & 3 \arrow[r] & 4 \arrow[u] & 7 \arrow[r] & 8 \arrow[u] & \cdots
\end{tikzcd}$$

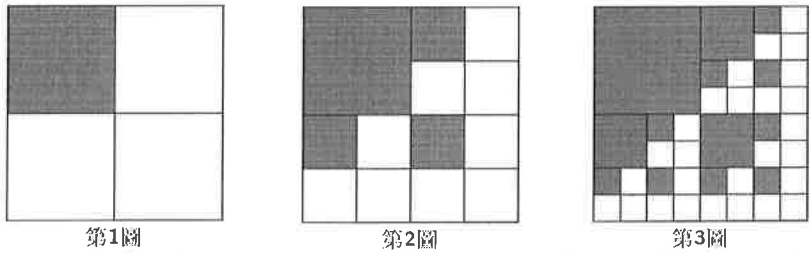
則從 0 排到 2020 共經過__(I)__次向右。

7. 高雄市環保局曾於 103 年提議於 104 年元旦起要將 city bike 的收費標準改為「使用一卡通或信用卡租借第 1 小時免費、第 60 至 90 分鐘新台幣 10 元、第 90 至 120 分鐘新台幣 20 元、第 120 至 150 分鐘新台幣 40 元、第 150 至 180 分鐘新台幣 80 元；每半小時費率倍數增加，依此類推」。已知在此新制下，使用一卡通租借 23 小時又 59 分的 city bike 需要支付的金額介於$10^k \sim 10^{k+1}$元，其中 k 為正整數，則 $k=$ __(J)__ 。（註：$2 \approx 10^{0.301}$ ）

8. 下列哪一個選項最有可能是二維數據經過標準化後的散布圖？__(K)__



9. 取一個邊長為 2 公分的白色正方形，將其等分成 4 個相同的正方形，然後將左上的正方形塗成黑色(第 1 圖)；接著將剩下的 3 個白色小正方形，分別等分成 4 個相同的更小正方形，並將左上更小的正方形塗成黑色(第 2 圖)。重複這樣的步驟，如下圖所示。



依此規律可畫出第 4 圖、第 5 圖，則第 5 圖所有黑色正方形的面積和為__(L)__平方公分。

二、多重選擇題(全對給 6 分，錯一個選項給 4 分，錯二個選項給 2 分，其餘情形給 0 分)

1. 已知資料I：$20,30,54,87,99$ 的算數平均數為 μ ，標準差為 σ_1；

資料II：$\mu,20,30,54,87,99$ 的標準差為 σ_2；

資料III：$-40,-60,-108,-174,-198$ 的標準差為 σ_3；

資料IV：$20,20,30,30,54,54,87,87,99,99$ 的標準差為 σ_4；

資料V：$\sqrt{20},\sqrt{30},\sqrt{54},\sqrt{87},\sqrt{99}$ 的標準差為 σ_5；

資料VI：$80,70,46,13,1$ 的標準差為 σ_6；

下列哪些選項是正確的？

(A) $\sigma_2=\sigma_1$ (B) $\sigma_3=-2\sigma_1$ (C) $\sigma_4=\sigma_1$ (D) $\sigma_5=\sqrt{\sigma_1}$ (E) $\sigma_6=\sigma_1$

2. 今有資料數對 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_{100},y_{100})$，已知 $x_1,x_2,\cdots,x_{100}$ 的算術平均數為 4，標準差為 5；$y_1,y_2,\cdots,y_{100}$ 的算術平均數為 9，標準差為 10，$(x_1,y_1)=(2,3)$ 則下列哪些直線可能是這些資料數對的迴歸直線？

(A) $y=x+1$

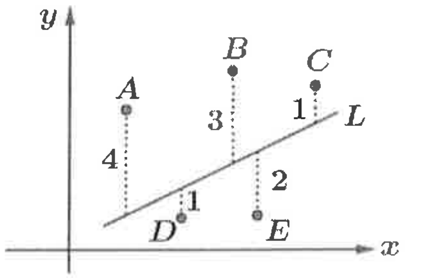
(B) $y=3x-3$

(C) $y=-2.5x+19$

(D) $y=1.5x+3$

(E) $y=-0.01x+9.04$

3. A,B,C,D,E 為坐標平面上的 5 個點，已知這 5 點的 y 坐標對 x 坐標的迴歸直線恰與直線 L 平行，若 A,B,C 在直線 L 的上半平面，D,E 在直線 L 的下半平面，且這 5 點到直線 L 的鉛垂線段長度分別為 $4,3,1,1,2$，則這 5 點哪些點會落在迴歸直線上？



圖形僅供參考，不代表點及直線真正的位置。

(A) A 點 (B) B 點 (C) C 點 (D) D 點 (E) E 點

三、計算證明題(13 分)

1. 設數列 $\langle a_n\rangle$ 滿足遞迴式 $\begin{cases} a_1=\dfrac{1}{2} \\ a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}, n\ge 1 \end{cases}$，

(1) 求 a_2,a_3 的值。(2 分)

(2) 猜測一般項 a_n 的公式。(2 分)

(3) 使用數學歸納法驗證你的猜測。(9 分)

答案公佈表

臺中市立臺中第二高級中等學校

108 學年度第 **2** 學期 **1** 年級＿類組 **數學** 科 第 **1** 次期中考試題答案

總分 103 分，超過 100 分以 100 分計算。

一、填充題(每格 6 分)

(A)	(B)	(C)	(D)
$\frac{4}{\sqrt{5}}$	$\frac{-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{7}{8}$	$(\frac{21}{16},\frac{-31}{8})$
(E)	**(F)**	**(G)**	**(H)**
35	54675	−3020	$\frac{-2}{3}$
(I)	**(J)**	**(K)**	**(L)**
1010	14	B	$\frac{781}{256}$

二、多重選擇題(每題全對得 6 分，錯 1 個選項得 4 分，錯 2 個選項得 2 分，其餘得 0 分)

1	2	3
CE	DE	C

三、計算證明題(13 分)

設數列$\langle a_n \rangle$滿足遞迴式$\begin{cases} a_1=\frac{1}{2} \\ a_{n+1}=a_n+\frac{1}{(n+1)(n+2)}, n\geq 1 \end{cases}$，

(1)求a_2，a_3的值

(2)猜測一般項a_n的公式

(3)用數學歸納法證明你的猜測

(1) $a_2=\frac{2}{3}, a_3=\frac{3}{4}$ (2 分)

(2) $a_n=\frac{n}{n+1}$ (2 分)

(3) $n=1$時:$a_1=\frac{1}{2}$,

$\frac{n}{n+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$

所以$n=1$時猜測成立 (2分)

設$n=k$時猜測成立，即$a_k=\frac{k}{k+1}$ (2分)

當$n=k+1$時:$a_{k+1}=a_k+\frac{1}{(k+1)(k+2)}$

$=\frac{k}{k+1}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ (2分)

$=\frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)}$

$=\frac{k+1}{k+2}$

所以若$n=k$時猜測成立，則$n=k+1$時猜測也會成立(2分)

由數學歸納法得證$a_n=\frac{n}{n+1}$對所有正整數n恆成立(1分)