

國高中數學先修教材 12345

～指數、斜率與直線方程式～

第一主題：指數

1. 指數律

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$\text{New : } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}, \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}, \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

2. 科學記號

$a = b \times 10^n$ ，其中 $1 \leq b < 10$ ， n 為整數

若 $n > 0$ ，則 a 為 $n+1$ 位數

若 $n < 0$ ，則 a 的小數點後第 $|n|$ 位不為 0

【精選範例】

1. 計算下列各式：(1) $\left(-\frac{2}{3}\right)^6$ (2) $(\sqrt[3]{9})^6$

2. 計算下列各式：(1) $4^3 \times 4^5$ (2) $4^3 \div 4^5$ (3) $3^4 \times 5^4$
(4) $3^4 \div 5^4$ (5) $(2^3)^2$ (6) $2^{(3^2)}$

3. 計算下列各式：(1) $\frac{(3a^{-1})^{\frac{1}{3}}}{(9a)^{-\frac{4}{3}}}$ (2) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a}}}$ (3) $\sqrt[5]{2^{20}} \times \sqrt{\sqrt{4^6}}$

4. 若 $(2^m)^2 = 16$ 且 $3^{n-m} = 9$ ，其中 m, n 為實數，試求 $m + n =$ _____。

5. (1) 若 $\frac{(a^2b)^3 \cdot a^{-2}}{a^3b} = a^x b^y$ ， $(x, y) =$ _____

(2) 若 $\frac{(7^6 \cdot 5^3)^2 \cdot 7^3}{35^{-2}} = 5^a \cdot 7^b$ ， $(a, b) =$ _____

【即時演練題】

A. 計算下列各式 x 的值：(1) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1}$ (2) $\left(\frac{1}{6}\right)^{5x} = 6^3$

6. (1) 若 $2^{50} - 2^{49} = 2^a$ ，則 $a =$ _____。
- (2) 若 $3^{30} + 3^{26} = b \times 3^{26}$ ，則 $b =$ _____。

7. 比較下列各小題 a, b, c 的大小關係
- (1) $a = 2^{30}$ ， $b = 3^{20}$ ， $c = 5^{10}$
- (2) $a = (-1.01)^4$ ， $b = (-1.01)^5$ ， $c = (-1.01)^6$

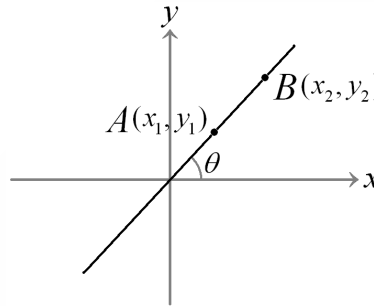
9. (1) 試問 8.56×10^{62} 為幾位數字
- (2) 試問 5.48×10^{-23} 的小數點後第幾位不為零

第二主題：斜率的定義

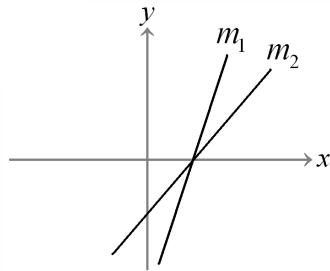
《甲》 理論說明

設 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，則 \overleftrightarrow{AB} 斜率為 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

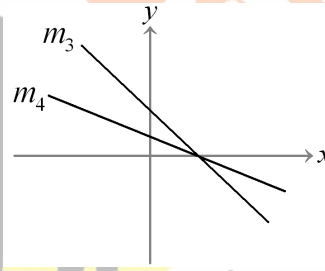
說明：(1) ① $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



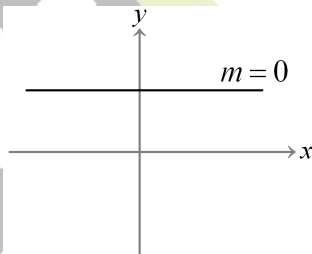
② 斜率特性： $m_1 > m_2 > 0$



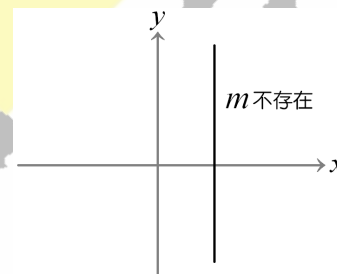
③ 斜率特性： $m_3 < m_4 < 0$



(2) ① $m = 0$



② m 不存在

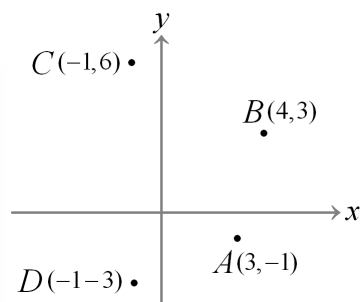


③ $L_1 \parallel L_2$ 時， $m_1 = m_2$

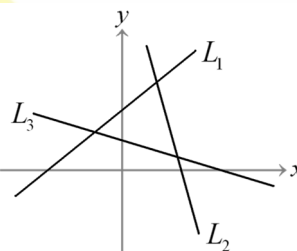
④ $L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$

《乙》 精選範例

1. 設 L 為坐標平面上的一直線，而且不與 y 軸平行，點 $P(x_1, y_1)$ 與點 $Q(x_2, y_2)$ 為 L 上相異兩點，我們稱 $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ 為直線 L 的斜率。右圖中 O 為原點，請問哪一條直線的斜率最大？
 (A) 直線 AO (B) 直線 BO (C) 直線 CO (D) 直線 DO

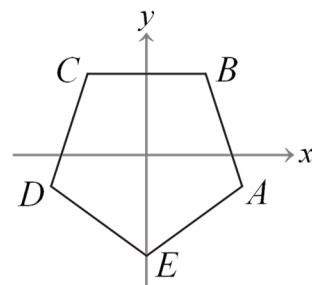


2. 如圖，設直線 L_1 、 L_2 、 L_3 斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 ，則：
 (1) m_1 、 m_2 、 m_3 大小順序為_____。
 (2) $|m_1|$ 、 $|m_2|$ 、 $|m_3|$ 大小順序為_____。



【即時重要演練題】

- A. 設 $ABCDE$ 是坐標平面上一個正五邊形，它的中心與原點重合，且頂點 E 在 y 軸的負向上（如右圖所示）。試問下列各直線中，斜率最小者為何？
 (A) 直線 AB (B) 直線 BC (C) 直線 CD
 (D) 直線 DE (E) 直線 EA



第三主題：直線方程式

《甲》 理論說明

國中的直線方程式

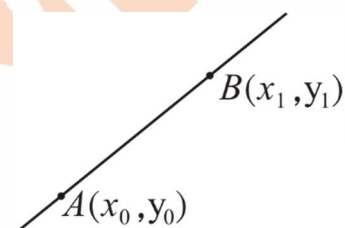
標準式： $y = ax + b \Rightarrow$ 暗藏斜率_____

一般式： $ax + by + c = 0 \Rightarrow$ 暗藏斜率_____

高中的直線方程式

1. 點斜式：點 (x_0, y_0) ，斜率為 m

則 L 方程式為 $y = mx + b \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$



通過點 $(2, -1)$ ，且斜率為 $\frac{2}{3}$ 的直線方程式為_____。

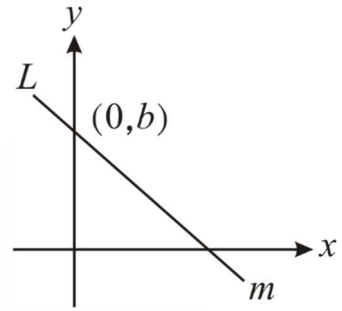
2. 兩點式：隱藏斜率的點斜式，利用兩點求斜率

求通過點 $(4, 3)$ 和 $(-1, 1)$ 的直線方程式為_____。

3. 斜截式 \Rightarrow 點斜式的變形

設直線 L 過 $(0, b)$ 且斜率為 m

則 L 方程式為 $y - b = m(x - 0) \quad \therefore y = mx + b$



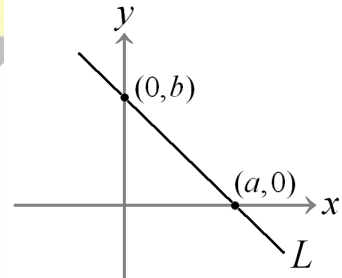
通過點 $(0, 7)$ 而且和斜率為 -2 的直線方程式為_____。

4. 截距式

$$L: \frac{y-b}{x-0} = \frac{0-b}{a-0} \quad \therefore ay - ab = -bx$$

$$\therefore bx + ay = ab \quad \therefore \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

※截距式 L 必不過_____。



過點 $(-2, 0)$, $(0, -11)$ 的直線方程式為_____。

5. 自由式 \Rightarrow 點斜式的最高級寫法，直接寫出一般式的超快寫法～

1. 若斜率為 $-\frac{7}{3}$ ，且過點 $(1,2)$ 的直線方程式為何？用 $ax + by = c$ 的形式表示。

【即時重要演練題】

- A. 若斜率為 $\frac{5}{2}$ ，且過點 $(1,-2)$ 的直線方程式為何？用 $ax + by = c$ 的形式表示。

- B. 若斜率為 3，且過點 $(-2,3)$ 的直線方程式為何？用 $ax + by = c$ 的形式表示。